الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2013

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المـــدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A\left(3;-2;-1\right)$ ، $B\left(5;-3;2\right)$ ، $C\left(2;3;2\right)$ و $D\left(1;-5;-2\right)$.

1) بيّن أنّ النقط A و B و C تعين مستويا؛ نرمز له بالرمز $\left(P\right)$.

2) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}\left(2;1;-1\right)$ ناظمي للمستوي $\left(P\right)$، ثمّ جد معادلة ديكارتية للمستوي $\left(P\right)$.

3) أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(\Delta\right)$ الذي يشمل النقطة D و يعامد $\left(P\right)$.

ب) عين إحداثيات النقطة E ؛ المسقط العمودي للنقطة D على المستوي $\left(P\right)$.

4) H المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم $\left(AB\right)$، و λ العدد الحقيقي حيث: $\overrightarrow{AH}=\lambda\overrightarrow{AB}$.

أ) بيّن أنّ : $\lambda=\dfrac{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2}$.

ب) استنتج العدد الحقيقي λ و إحداثيات النقطة H، ثمّ المسافة بين النقطة D والمستقيم $\left(AB\right)$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $2z^2+6z+17=0$.

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ ، النقط A و B و C لاحقاتها على الترتيب: $z_A=-4$ و $z_B=-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}i$ و $z_C=-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}i$.

– احسب الطويلة وعمدة للعدد المركب $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ ، ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABC .

3) أ) عيّن z_D و z_E لاحقتي النقطتين D و E على الترتيب حتّى يكون الرباعي $BCDE$ مربعا مركزه A .

ب) عيّن $\left(\Gamma_1\right)$ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}\right\|=10\sqrt{2}$.

4) $\left(\Gamma_2\right)$ مجموعة النقط M من المستوي، ذات اللاحقة z حيث : $\arg\left(z+4\right)=\dfrac{\pi}{4}$.

– تحقّق أنّ النقطة B تنتمي إلى $\left(\Gamma_2\right)$، ثمّ عيّن المجموعة $\left(\Gamma_2\right)$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي:

$u_0 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = \sqrt{\dfrac{u_{n-1}}{e}}$.

(v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \frac{1}{2}\ln u_n + \frac{1}{2}$.

1) بيّن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$، ثمّ احسب حدها الأول.

2) اكتب v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .

3) احسب بدلالة n المجموع S_n ؛ حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

4) احسب بدلالة n الجداء P_n ؛ حيث: $p_n = u_0 \times u_1 \times ... \times u_n$ ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I- الدّالة g معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $g(x) = (x+1)^2 - 2 + \ln(x+1)$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,31 < \alpha < 0,32$ وأن:

$$\ln(\alpha+1) = 2 - (\alpha+1)^2$$

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II - الدّالة f معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $f(x) = (x+1)^2 + (2 - \ln(x+1))^2$.

(C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أثبت أنّه، من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{2g(x)}{x+1}$.

3) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

4) بيّن أنّ: $f(\alpha) = (\alpha+1)^2(1 + (\alpha+1)^2)$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) مثّل المنحنى (C_f) على المجال $[-1;2]$.

III- (Γ) المنحنى الممثل للدالة h المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$بالعبارة: $h(x) = \ln(x+1)$.

A النقطة ذات الإحداثيتين $(-1;2)$ و M نقطة من (Γ) فاصلتها x .

1) أثبت أنّ المسافة AM تعطى بالعبارة $AM = \sqrt{f(x)}$.

2) الدّالة k معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $k(x) = \sqrt{f(x)}$.

أ) بيّن أنّ للدالتين k و f نفس اتجاه التغير على المجال $]-1;+\infty[$.

ب) عيّن إحداثيتي النقطة B من (Γ)، بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يمكن .

جـ) بيّن أنّ: $AB = (\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2 + 1}$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04.5 نقطة)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقطتين $A\left(2;-5;4\right)$ و $B\left(3;-4;6\right)$

و المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي: $(t\in\mathbb{R})$; $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=4+t\end{cases}$.

1- أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار من النقطتين A و B.

ب) ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (D) .

2- (P) المستوي الذي يشمل (D) و يوازي (Δ) .

- برهن أنّ $\vec{n}(3;1;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)، ثمّ عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P).

3- M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (D) .

أ) عيّن إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ) و (D).

ب) احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) والمستوي (P).

التمرين الثاني: (04.5 نقطة)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $\left(z+5-i\sqrt{3}\right)\left(z^2+2z+4\right)=0$.

2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. A و B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=-1-i\sqrt{3}$ و $z_B=-1+i\sqrt{3}$ و $z_C=-5+i\sqrt{3}$.

S التشابه المباشر الذي يحول A إلى C ويحول O إلى B .

- جد الكتابة المركبة للتشابه المباشر S ، ثمّ عيّن العناصر المميزة له .

3) أ) عيّن z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\left\{(A;2),(B;-1),(C;1)\right\}$.

ب) اكتب العدد المركب $\dfrac{z_B-z_A}{z_D-z_A}$ على الشكل الأسي، ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABD .

جـ) عيّن المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي حيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$

التمرين الثالث: (03.5 نقطة)

x و y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $11x+7y=1$.

1) أ) عيّن $(x_0;y_0)$؛ حل المعادلة (E) الذي يحقق: $x_0+y_0=-1$.

ب) استنتج حلول المعادلة (E).

2) a و b عددان طبيعيان و S العدد الذي يحقق: $\begin{cases}S=11a+1\\S=7b+2\end{cases}$.

أ) بيّن أنّ $(a;-b)$ حل للمعادلة (E).

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد S على 77؟

3) n عدد طبيعي باقي قسمته على 11 هو 1 وباقي قسمته على 7 هو 2 .

عيّن أكبر قيمة للعدد n حتى يكون $n < 2013$.

التمرين الرابع: (07.5 نقطة)

I- الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(x-1)e^{x}$.

1) ادرس تغيرات g .

2) بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x : $1+(x-1)e^{x}\geq 0$.

II - الدّالة f معرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{e^{x}-1}{x} \ ; \ x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$.

1 - أ) بيّن أنّ f مستمرة على $[0;+\infty[$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- أ) تحقّق أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{1+(x-1)e^{x}}{x^{2}}$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

III- n عدد طبيعي حيث $n\geq 1$ ؛ f_n الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f_n(x)=\dfrac{e^{x}-1}{x}+n\ln x$.

و (C_n) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- ادرس اتجاه تغير الدالة f_n على $]0;+\infty[$.

2- احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$.

3- ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) .

4- بيّن أنّ جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين إحداثيتيها.

5- أ) بيّن أنّه، يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0,3;0,4[$ بحيث $f_1(\alpha_1)=0$.

ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$ فإنّ: $f_n(\alpha_1)<0$ ، ثمّ برهن أنّه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $]\alpha_1;1[$ بحيث $f_n(\alpha_n)=0$.

6- أ) بالاعتماد على الجزء II؛ بيّن أنّه، من أجل كل x من $]0;1]$: $\dfrac{e^{x}-1}{x}\leq e-1$.

ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$: $\ln(\alpha_n)\geq\dfrac{1-e}{n}$ ، ثمّ $\alpha_n\geq e^{\frac{1-e}{n}}$.

جـ) جد نهاية المتتالية (α_n).

الإجابة النموذجية

العلامة: مجموع	العلامة: مجزأة	عناصر الإجابة الموضوع الأول
04	0.5	**التمرين الأول: (04 نقاط)** 1- لدينا: $\overrightarrow{AB}(2;-1;3)$ و $\overrightarrow{AC}(-1;5;3)$ الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا إذن النقط A ، B و C تعين مستويا (P) .
	0.5 + 0.5	2- لدينا $\vec{n}\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}\overrightarrow{AC}=0$ ومنه $\vec{n}$ عمودي على الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ - معادلة (P) هي : $2x+y-z-5=0$.
	0.5	3- أ- تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) هو: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-5+t \\ z=-2-t \end{cases};(t\in\mathbb{R})$.
	0.5	ب- إحداثيات النقطة E هي $(3;-4;-3)$.
	0.75	4-أ- لدينا: $\overrightarrow{AH}=\lambda\overrightarrow{AB}$ ومنه $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}$ وبما أنّ H مسقط عمودي لـــ D على (AB) فإنّ: $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}$ ومنه : $\lambda=\dfrac{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}}{\left\Vert\overrightarrow{AB}\right\Vert^2}$
	0.25	ب- استنتاج العدد الحقيقي λ : لدينا: $\overrightarrow{AD}(-2;-3;-1)$ ومنه : $\lambda=\dfrac{-4}{14}=-\dfrac{2}{7}$
	0.25 + 0.25	إحداثيات H هي: $\left(\dfrac{17}{7};-\dfrac{12}{7};-\dfrac{13}{7}\right)$ و $d(D;(AB))=DH=\dfrac{3\sqrt{70}}{7}$
05	0.75	**التمرين الثاني: (05 نقاط)** 1- حل المعادلة: لدينا $\Delta=-100=(10i)^2$ ومنه $S=\left\{-\dfrac{3}{2}-\dfrac{5}{2}i\ ;-\dfrac{3}{2}+\dfrac{5}{2}i\right\}$
	0.5 + 0.5 + 0.5	2- أ- طويلة $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ وعمدة له : لدينا : $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=i$ ومنه: $\left\|\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right\|=1$ ويعني: $\dfrac{AB}{AC}=1$ و $\arg\left(\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right)=\dfrac{\pi}{2}$ ويعني: $\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)=\dfrac{\pi}{2}$.
	0.5	ب- طبيعة المثلث ABC : المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في A .

عناصر الإجابة الموضوع الأول	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
3- أ- تعيين z_D و z_E : A منتصف القطعتين $[BD]$ و $[CE]$ ومنه: $z_D=2z_A-z_B=-\frac{13}{2}-\frac{5}{2}i$ و $z_E=2z_A-z_C=-\frac{13}{2}+\frac{5}{2}i$.	0.5 + 0.5	
ب- تعيين مجموعة النقط (Γ_1) : لدينا : $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}\right\|=4MA$ ومنه $MA=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ، إذن (Γ_1) هي الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.	0.5	
4- التحقق أنّ B تنتمي إلى (Γ_2) : $B\in(\Gamma_2)$ يعني $\arg(z_B+4)=\frac{\pi}{4}$ لدينا: $z_B+4=\frac{5}{2}(1+i)$ ومنه : $\arg(z_B+4)=\frac{\pi}{4}$ ، إذن : $B\in(\Gamma_2)$. - تعيين (Γ_2) :لدينا $\arg(z+4)=\frac{\pi}{4}$ أي $\arg(z-z_A)=\frac{\pi}{4}$ وتعني $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\frac{\pi}{4}$ ، إذن (Γ_2) هي نصف المستقيم $[AM)$ الذي يشمل النقطة B بإستثناء النقطة A .	0.25 + 0.5	
التمرين الثالث: (04 نقاط) /1 $v_n=\frac{1}{2}v_{n-1}$ ، (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و $v_0=\frac{3}{2}$	+ 0.5 +0.25 0.25	04
/2 $v_n=3\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ ، $u_n=e^{3\left(\frac{1}{2}\right)^n-1}$	+0.5 0.5	
/3 $S_n=3\left(1-2^{-n-1}\right)$ و $\lim_{n\to+\infty}S_n=3$.	+ 0.5 0.5	
/4 أ) $p_n=e^{6\left(1-\frac{1}{2^{n+1}}\right)-(n+1)}$ و $\lim_{n\to+\infty}P_n=0$.	+ 0.5 0.5	

عناصر الإجابة الموضوع الأول	مجزأة	مجموع
التمرين الرابع: (07 نقاط) I- 1- اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$. $g'(x)=\frac{2(x+1)^2+1}{x+1}$ ومنه $g'(x)>0$ من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ إذن g متزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$.	0.5 + 0.5	07
2- بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة: نجد $g(\alpha)=0$ و $\ln(\alpha+1)=2-(\alpha+1)^2$. $g(0,31)\times g(0,32)<0$	0.75 + 0.25	
3- إشارة $g(x)$: $g(x)\leq 0$ لمّا $x\in]-1;\alpha]$ و $g(x)\geq 0$ لمّا $x\in[\alpha;+\infty[$.	0.25	
II- 1- نهايتا الدالة f : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0.5	
2- التحقق أنّ: $f'(x)=\frac{2g(x)}{x+1}$	0.5	
3- إتجاه تغيّر الدّالة f : إشارة $f'(x)$ كإشارة $g(x)$ ومنه الدّالة f متناقصة تماما على المجال $]-1;\alpha]$ ومتزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$.	0.5	
- جدول تغيّرات الدالة f .	0.5	
4- تبيان أن: $f(\alpha)=(\alpha+1)^2\left(1+(\alpha+1)^2\right)$.	0.25	
- استنتاج حصر لعدد $f(\alpha)$: $4,66<f(\alpha)<4,77$.	0.25	
5- تمثيل المنحنى (C_f) على المجال $]-1,2]$.	0.5	
III- 1- إثبات أنّ المسافة AM تعطى بالعبارة $AM=\sqrt{f(x)}$: لدينا: $AM=\sqrt{(x+1)^2+(\ln(x+1)-2)^2}=\sqrt{f(x)}$.	0. 5	
2- أ- تبيان أنّ للدالتين k و f نفس نفس إتجاه التغيّر على المجال $]-1;+\infty[$.	0.5	
ب- تعيين إحداثيتي النقطة B من (Γ) بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يمكن. $B\left(\alpha;2-(\alpha+1)^2\right)$ أو $B(\alpha;\ln(\alpha+1))$	0.5	
جـ- تبيان أنّ: $AB=(\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$	0.25	

عناصر الإجابة الموضوع الثاني:	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04.5 نقطة) 1-أ- تمثيل وسيطي للمستقيم (D) هو: $\begin{cases} x = 2+k \\ y = -5+k ;(k \in \mathbb{R}) \\ z = 4+2k \end{cases}$.	0.75	04.5
ب- الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (D) : ليسا من نفس المستوي .	0.75	
2- $\vec{n}(3;1;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) لأنّ $\vec{n} \perp \vec{u}_{(\Delta)}$ و $\vec{n} \perp \overrightarrow{AB}$.	0.5	
- معادلة المستوي (P) هي: $3x+y-2z+7=0$	0.5	
3-أ- إحداثيات M و N : $M\left(\frac{37}{7};\frac{-16}{7};\frac{58}{7}\right)$ ، $N\left(\frac{31}{7};\frac{-18}{7};\frac{62}{7}\right)$.	+0.5 0.5	
- الطول MN : $MN = \frac{2\sqrt{14}}{7}$.	0.5	
ب- حساب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) و (P): $d(M;(P)) = \frac{2\sqrt{14}}{7}$	0.5	
التمرين الثاني: (04.5 نقطة) 1- مجموعة الحلول هي S حيث: $S = \{-5+i\sqrt{3} \; ; \; -1-i\sqrt{3} ; -1+i\sqrt{3}\}$.	01	04.5
2- الصيغة المركبة للتشابه المباشر S هي: $z' = (1-i\sqrt{3})z - 1 + i\sqrt{3}$	0.5	
العناصر المميزة: النسبة: $k=2$ ،الزاوية: $\theta = -\frac{\pi}{3}$ ، لاحقة المركز: $z_\omega = 1 + i\frac{\sqrt{3}}{3}$.	0.75	
3-أ- تعيين z_D : $z_D = \frac{1}{2}(2z_A - z_B + z_C) = -3 - i\sqrt{3}$	0.5	
ب- الشكل الأسي للعدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A}$: $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A} = -i\sqrt{3} = \sqrt{3}\, e^{-i\frac{\pi}{2}}$.	0.25+ 0.5	
- طبيعة المثلث ABD : المثلث ABD قائم في A .	0.25	
جـ- تعيين (Γ): $DM = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}$ ،أي (Γ) هي دائرة مركزها D ونصف قطرها $\sqrt{3}$.	0.75	
التمرين الثالث: (03.5 نقطة) 1. أ) $\begin{cases} 11x_0 + 7y_0 = 1 \\ x_0 + y_0 = -1 \end{cases}$ ومنه $(x_0;y_0) = (2;-3)$	0.5	03.5
ب) حلول المعادلة (E) هي: $k \in \mathbb{Z}$, $\begin{cases} x = 7k+2 \\ y = -11k-3 \end{cases}$	0.5×2	

عناصر الإجابة الموضوع الثاني	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
2. أ) $\begin{cases} S=11a+1 \\ S=7b+2 \end{cases}$ ومنه $11a+7(-b)=1$	0.75	
إذن $(a;-b)$ حل للمعادلة (E)		
ب) $S=77k+23$ حيث: $k\in\mathbb{N}$ ومنه باقي قسمة S على 77 هو 23	0.5	
3) n تحقق: $\begin{cases} n=11a+1 \\ n=7b+2 \end{cases}$	0.25	
$n<2013$ ومنه أكبر قيمة هي: $n=1948$	0.5	
التمرين الرابع: (07.5 نقاط) I-1) تغيرات g. $g'(x)=xe^{x}$ جدول: x: $-\infty$ ، 0 ، $+\infty$ — $g(x)$: 0 ↘ -1 ↗ $+\infty$	0.5	07.5
2) $g(x)>-1$ ومنه $1+g(x)\geq 0$	0.5	
II-1- أ. f مستمرة على $]0;+\infty[$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=f(0)$ ب. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0. 5 + 0.25	
2- أ- التحقق أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{e^{x}(x-1)+1}{x^{2}}$	0.5	
ب- اتجاه تغير الدالة f : f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.	0.25	
- جدول تغيرات الدالة f .	0.25	
III- 1- اتجاه تغير الدالة f_n : لدينا من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f_n'(x)=f'(x)+\dfrac{n}{x}$ ومنه $f_n'(x)>0$ وبالتالي الدالة f_n متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.	0.5 + 0.25	
2- نهايتا الدالة f_n : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f_n(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)=+\infty$.	0.25 + 0.25	

عناصر الإجابة الموضوع الثاني	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
3- الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) : $f_{n+1}(x)-f_n(x)=\ln x$ لما $0<x<1$ فإنّ (C_{n+1}) يقع تحت (C_n) ،ولما $x>1$ فإنّ (C_{n+1}) يقع فوق (C_n) و (C_{n+1}) يقطع (C_n) عند النقطة $B(1\,;\,e-1)$.	0.5	
4- من السؤال (3) نجد أن جميع المنحنيات تمر من النقطة $B(1;e-1)$. (وتقبل أيّة طريقة صحيحة)	0.25	
5- أ) تبيان أنّه يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0,3;0,4[$ بحيث $f_1(\alpha_1)=0$ $f_1(0,3)\times f_1(0,4)<0$	0.5	
ب- تبيان أنّ $f_n(\alpha_1)<0$ من أجل كل $n>1$: من السؤال(3):من أجل $x\in]0;1[$ ، $f_{n+1}(x)<f_n(x)$ ،إذن من أجل كل $n>1$ ، $f_n(x)<f_1(x)$ بما أنّ $\alpha_1\in]0,3;0,4[$ فإنّ $\alpha_1<1$ أي: $f_n(\alpha_1)<f_1(\alpha_1)$ ومنه : $f_n(\alpha_1)<0$. - البرهنة على أنّه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $]\alpha_1;1[$ بحيث: $f_n(\alpha_n)=0$.	0.5 + 0.5	
6- أ- تبيان أنّه من أجل كل x من $]0;1[$ ، $\frac{e^x-1}{x}\le e-1$. بما أنّ الدالة f متزايدة تماما على $]0;1[$ فإنّ $f(x)\le f(1)$ ومنه $\frac{e^x-1}{x}\le e-1$.	0. 5	
ب- استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\ge 1$: $\ln(\alpha_n)\ge\frac{1-e}{n}$. $f_n(\alpha_n)=0$ أي : $\frac{e^{\alpha_n}-1}{\alpha_n}+n\ln(\alpha_n)=0$ ومنه $n\ln(\alpha_n)=-\left(\frac{e^{\alpha_n}-1}{\alpha_n}\right)\ge-(e-1)$ إذن: $\ln(\alpha_n)\ge\frac{e-1}{n}$. - استنتاج أنّ $\alpha_n\ge e^{\frac{1-e}{n}}$: لدينا $\ln(\alpha_n)\ge\frac{e-1}{n}$ بتركيب الدالة الأسية نجد $\alpha_n\ge e^{\frac{1-e}{n}}$	0.25 + 0.25	
جـ- حساب نهاية المتتالية (α_n) . لدينا: $e^{\frac{1-e}{n}}\le\alpha_n\le 1$ و $\lim_{n\to+\infty}e^{\frac{1-e}{n}}=1$ ومنه $\lim_{n\to+\infty}\alpha_n=1$.	0.25	